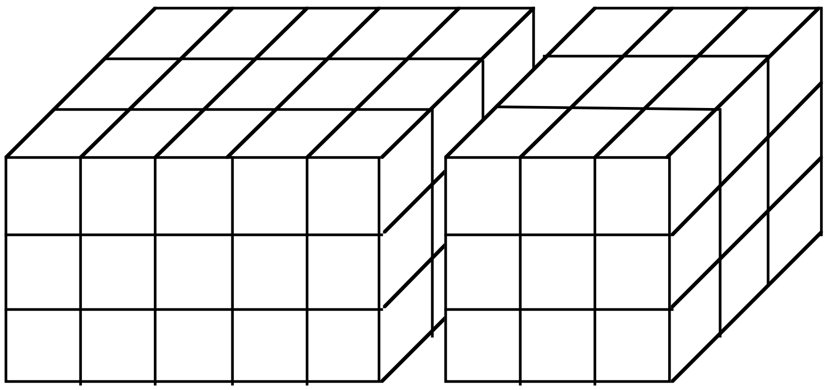
Le camion

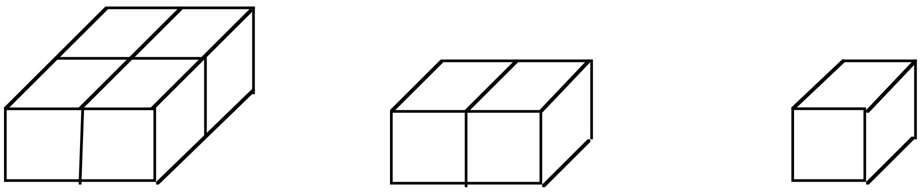
(D'après une idée de John Horton Conway)

Le *camion* est un casse tête consistant à remplir deux parallélépipèdes rectangles, la *remorque* et la *cabine*, de tailles respectives 5x3x3 et 3x3x3, à l'aide de 23 colis .



remorque cabine

Les colis sont de trois types :



15 carrés 2x2x1 4 barrettes 2x1x1 4 cubes 1x1x1

Bien qu'il n'y ait aucune pièce de forme compliquée, ou aucune entaille, comme c'est le cas dans les casse-tête dits « japonais », celui-ci est assez difficile.à construire par essais et erreurs.
Cela tient probablement au fait que le premier réflexe consiste à essayer de ranger les grosses pièces en espérant ensuite ranger les plus petites dans les espaces restants. En fait, et l'on retrouve ici l'imagination (le génie ?) de John Horton Conway, il est préférable de réfléchir un peu et faire un peu de maths pour déterminer d'abord où peuvent, et doivent, se trouver les petites pièces. Ensuite, il est assez facile de compléter le remplissage..

Observation n°1
Si l'on découpe mentalement la cabine et la remorque en tranches de un cube d'épaisseur on obtient, suivant la direction choisie, des tranches contenant toujours un nombre impair de cubes, à savoir : 15 (3x5) ou 9 (3x3). Le nombre total de tranches est égal à 20 (9 pour la cabine et 11 pour la remorque)

Observation n°2
Chaque pièce carrée participe à une tranche donnée soit pour 4 cubes, si elle est entièrement dans la tranche, soit pour 2 cubes si elle est à cheval sur deux tranches, soit pour 0 si elle ne participe pas à cette tranche. 4, 2 et 0 sont des nombres pairs. Seules les petites pièces peuvent donc contribuer à rendre impaires chacune des 20 tranches.

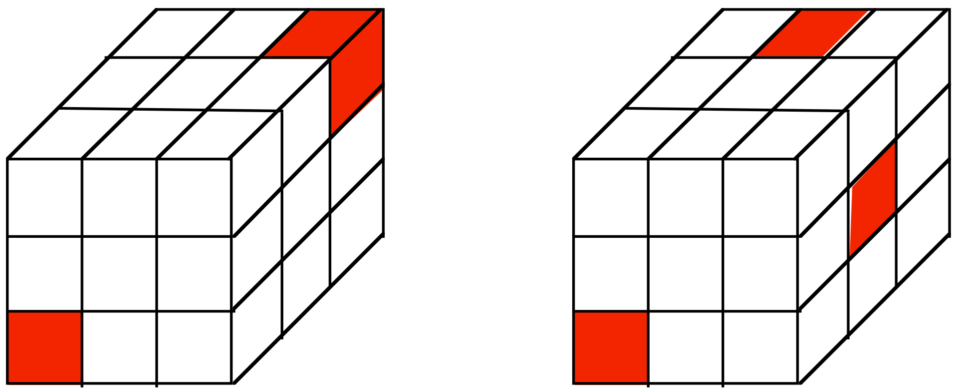
Observation n°3
Chaque petit cube appartient à 3 tranches, et chaque barrette participe à 4 tranches, dont deux qu'il peut rendre impaires. Les cubes peuvent donc rendre impaires 12 tranches, et les barrettes 8, soit 20 tranches en tout. Comme on doit justement rendre impaires 20 tranches, cela entraîne quelques contraintes de

position. Par exemple, deux cubes ne peuvent pas appartenir à la même tranche. Si c'était le cas, ils occuperaient 2 cubes dans cette tranche, et ne rendraient donc impaires, au mieux, que 4 autres tranches (au lieu de 6 qui est le maximum possible).

Ces trois observations permettent d'aborder maintenant le remplissage, en commençant par celui de la cabine.

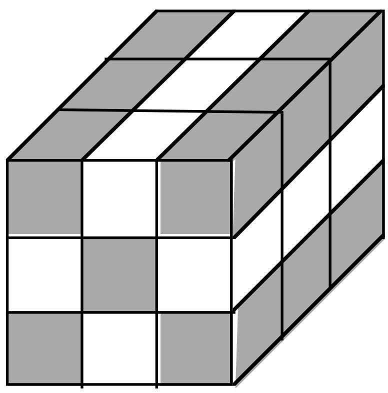
On doit rendre impaires 9 tranches, ce qui peut se faire soit en utilisant 3 cubes et aucune barrette (9 = 3x3), soit en utilisant 3 barrettes et un cube (9 = 3x2 + 3).

Cas 1 : remplissage de la cabine avec 3 cubes et 6 pièces carrées
Compte tenu des symétries de la cabine, qui est cubique, et de la contrainte signalée dans l'observation n°3, il n' y a que les deux façons A et B ci-dessous de disposer les petits cubes.(en A le troisième cube est au centre de la cabine.)



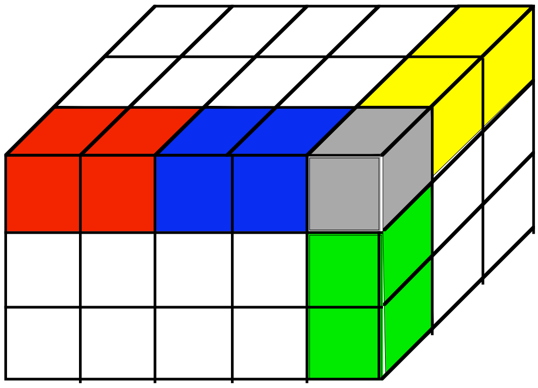
A B

Montrons que B est impossible.
Supposons que les cubes de la face avant soient colorés en quinconce, et que ce coloriage soit prolongé sur les deux autres faces. Avec ce coloriage, la cabine contiendrait 15 cubes gris et 12 blancs.



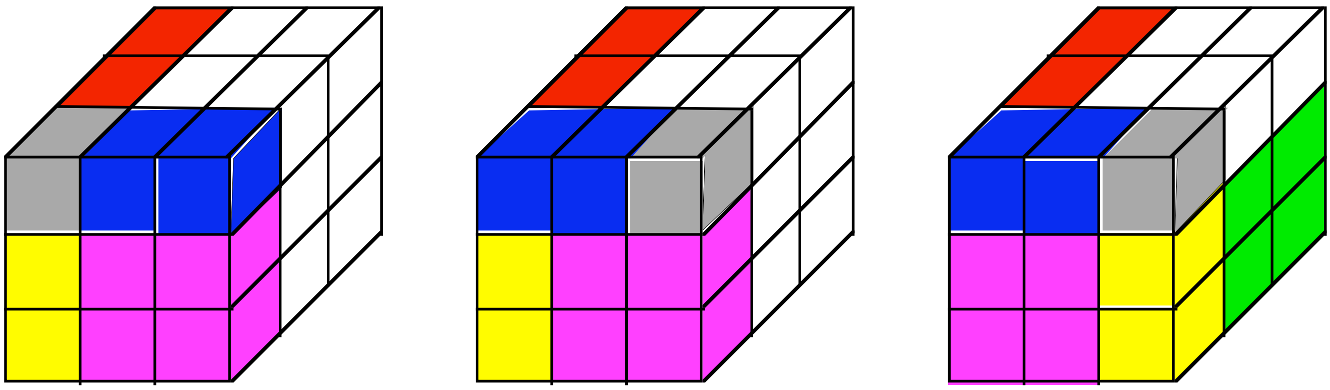
Il est facile de voir que les pièces carrées couvrent toujours deux cubes gris et deux blancs, quelles que soient leurs positions. Par conséquent, les 3 petits cubes doivent être sur des positions grises, ce qui exclut la disposition B.

Il reste alors 9 pièces carrées, 4 barrettes et un cube pour essayer de remplir la remorque, ce qui ne présente aucune difficulté si l'on remarque qu'avec une barrette et 4 pièces carrées, on peut remplir un volume de 2x3x3. Ci-dessous, la barrette rouge et 4 carrés remplissent un tel volume, de même que la bleue et 4 carrés. Le cube gris, les deux barrettes restantes et un carré remplissent la dernière tranche.



<u>Cas 2 : remplir la cabine avec 3 barrettes, un cube et 5 pièces carrées.</u>

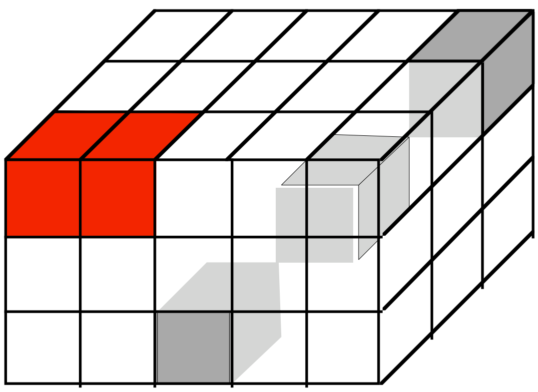
Il existe de très nombreuses solutions. La solution de base, où les 4 pièces impaires forment un trièdre, est indiquée ci-dessous (a). J'y ai ajouté , à titre d'exemple, une pièce carrée mauve, puis une verte,.
A partir de cette solution, on peut en construire bien d'autres par permutations (b) et (c), par exemple.



a) echange bleu/gris b) échange jaune/mauve c)

On pourrait poursuivre en échangeant jaune et vert, puis bleu et mauve, etc … Je n'ai pas essayé de les dénombrer, faute d'avoir trouvé un codage efficace :o(

Quoi qu'il en soit, il reste éventuellement à remplir la remorque avec 1 barrette, 3 cubes et 10 carrés, ce qui ne pose aucun problème. On commence par exemple par remplir une cube 3x3x3 à l'aide de 3 cubes et 6 carrés, comme on l'a fait dans le Cas 1, et on remplit le volume restant (2x2x2) avec la dernière barrette et 4 carrés.



JB
6 octobre 2010