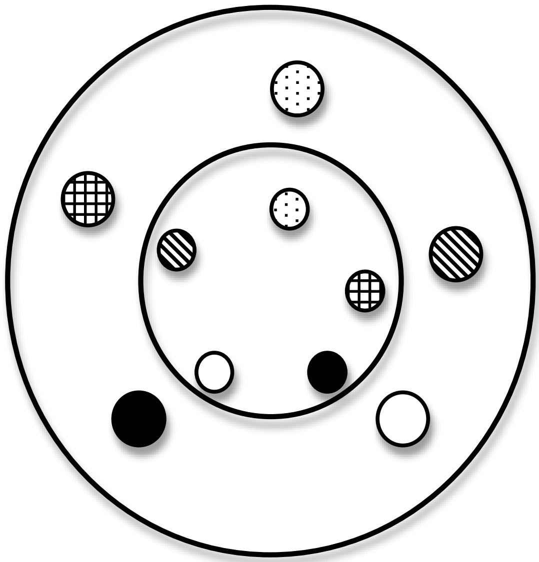
Table tournante – éléments de correction

1) Pour le cas 5 pions, on peut exhiber une solution :



2) Pour le cas 4 pions, c'est impossible. Pour s'en convaincre, on peut faire une liste exhaustive des cas possibles.

3) Généralisation
- Possible lorsque le nombre de pions est impair.
- Impossible lorsque le nombre de pions est pair.

4) Preuves
On va essentiellement s'intéresser ici à l'explicitation de méthodes de construction générales :

- Considérer la position relative des pions les uns par rapport aux autres permet l'énoncé d'une méthode de construction. Par exemple, la stratégie « **parité** » : on place les couleurs « paires » par ordre croissant, puis les « impaires » (pour le problème (5, 5), cela donne : « 0 1 2 3 4 » pour le forain et « 0 2 4 1 3 » pour le joueur).
- Stratégie « **décalage** » : un décalage est le nombre des crans que doit parcourir un pion intérieur avant d'être en face à face. On place un face à face (le 0), puis, le 1 est décalé de 1, le 2 est décalé de 2 etc. (et cela ne fonctionne pas pour les nombres pairs.)
- Stratégie « **symétrie** » (pour les cas impairs) : on place un face à face et on « inverse » (par symétrie) les restants.
- Stratégie par « **forçage** ».

Et aussi stratégie par « **exhaustivité** » des cas (pour les cas pairs notamment).

5) Pour le cas (n, *2*) où n est le nombre de couleurs sur le grand disque et *2* le nombre de couleurs sur le petit disque. Il s'agit de disposer les couleurs internes de telle sorte qu'à chaque cran du petit disque il n'y ait qu'une couleur en face-à-face.
Pour simplifier, on peut coder les différentes couleurs par des entiers allant de 0 à n-1.
On peut aussi regarder le cas (4, 2) afin de se faire une idée.
Des conjectures possibles :

- (n, 2) admet une solution si et seulement si n est non premier ;
- le décalage entre les 2 couleurs ne doit pas être premier avec n.

Choix des couleurs
Normalement, la première étape consiste à choisir les deux couleurs centrales. En fait, les deux couleurs choisies **ne doivent pas être consécutives**, car sinon, quel que soit n, il y aura soit aucun face à face, soit deux simultanément.

Premières conjectures
Une analyse par cas permet de montrer qu'il n'y a pas de solution pour $n = 3, 5$ et pour les courageux $n = 7$. Par ailleurs, on exhibe facilement des solutions pour n pair.
Cela peut conduire à la conjecture affirmant qu'**il n'y a de solutions pour $(n, 2)$ que si n est pair**. Toutefois, si on étudie le cas $n = 9$, après quelques essais, cela aboutira à une solution. On aura ainsi mis en évidence un contre-exemple à cette conjecture et on sera amené à l'énoncé d'une nouvelle conjecture : « **$(n, 2)$ admet une solution ssi n est non premier** ».